Strukturen in Primzahlen

Primzahlen sind gruppierbar oder in Familien unterteilbar. Man kann diese Gruppen oder Familien mit algebraischen Ausdrücken charakterisieren. Das Umgekehrte gilt nicht. Die algebraischen Ausdrücke liefern mit ihren Variablen nicht nur Primzahlen. Dennoch sind innerhalb der Primzahlen damit Strukturen erkennbar. Die Strukturen sind die Abstände zwischen den Primzahlen, die mit den gemeinsamen Abstandsregeln auch bestimmte Eigenschaften gemeinsam haben. Diese Strukturen setzen sich ins Unendliche fort. Wir betrachten also Strukturen des Unendlichen.

Fast alle Primzahlen gehorchen der Gesetzmäßigkeit $6n \mp 1$.
Denn in dieser Formel stecken die ersten beiden Primzahlen 2 und 3 miteinander multipliziert und die Addition der polaren ∓ 1, der Teilung des Ganzen in Polarität. Die beiden ersten Primzahlen, 2 und 3, sind mit dieser Formel als einzige Primzahlen nicht darstellbar. Daraus sind aber verschiedene andere Strukturen ableitbar. Sie bilden sozusagen die „Systemkomponenten“ eines „Nicht-Systems“, den Primzahlen, die nicht als Folge mit Regelmäßigkeit ausgedrückt werden können. Vertauscht man die Reihenfolge und macht ∓ 1 zum Augenden, unserem Startpunkt für die Reise ins Unendliche mit der Schrittweite 6, dann haben wir zwei Startpunkte, die durch Negation miteinander verbunden sind, die Negation des Einen, Ganzen. $+1 + 6n$ und $-1 + 6n$.
Das Prinzip der Negation auf die Multiplikation angewendet ist die Division. Die Negation des Einen potentiert mit der Negation der „Systemkomponenten“ eröffnet eine weitere Struktur in den Zahlen.
Mit $i = (-1)^{1/2}$ und $\omega = (-1)^{1/3}$ sind zwei weitere Zahlensysteme in der komplexen Zahlenebene gegeben, die für die weitere Familienbildung eine Rolle spielen.

Zerlegen wir die 6 in $2 \cdot 3$ oder $3 \cdot 2$ erhalten wir zwei Dreiergruppen oder drei Zweiergruppen als Rhythmus. Die Zweiergruppen formieren sich zu 2 und 4. Die 4 ist $2+2$, $2 \cdot 2$ und 2^2, alle drei Rechenarten der 2 mit sich selbst ausgeführt. Es ergeben sich 6 Arten von Zahlen, die für die Primzahlen eine Bedeutung haben:

$2n \mp 1$, $3n \mp 1$, $4n \mp 1$

$2n \mp 1$ ist die Formulierung für ungerade Zahlen, einer Bedingung für alle Primzahlen außer der 2, der einzig geraden Primzahl. Die 2 ist in dieser Formel die konstituierende Größe., denn $-1 + 2 = 1$. Die gegenseitige Definition von gerade und ungerade durch die Negation und ihren Abstand. Alle geraden Zahlen wachsen um 2 vermehrt aus einander hervor, ebenso wie die ungeraden.
Als einzig gerade Primzahl ist nur sie nötig um alle Zwischenräume zwischen den Primzahlen mit geraden Zahlen zu füllen. Eine gerade Zahl ist entweder eine Zweierpotenz oder ein Produkt einer Zweierpotenz mit einer Primzahl. Deswegen spielt das Quadrat von 2 eine wichtige Rolle. Alle Abstände zwischen Primzahlen sind gerade Zahlen, also $2n$ oder $2n+2$, sodass die Abstände a immer zwischen $a \bmod 4 \equiv 0$ oder $a \bmod 4 \equiv 2$ hin und herwechseln.

Primzahlen der Form $4n + 1$ sind Zahlen, die (in der Komplexen Zahlenebene) in die Summe zweier Quadrate zerlegbar sind. $a^2 + b^2$, $(a+bi)\cdot(a-bi)$, mit $i^2 = -1$

Primzahlen der Form $4n - 1 = 4m + 3$, mit $m = n-1$, sind Zahlen, die auch als Gaußsche Zahl prim sind und nicht in zwei Quadrate zerlegbar sind.

Primzahlen der Form $3n + 1$, sind Zahlen, die (als Eisensteinzahlen) zerlegbar sind in die Summe vom Produkt zweier natürlichen Zahlen und dem Quadrat ihres Abstandes (als Koeffizient von ω).
$a \cdot c + (a-c)^2$, $(a + (a-c)\omega)\cdot(c - (a-c)\omega)$, für $a > c$ und $\omega^2+\omega+1 = 0$ oder $-\omega^2-\omega = 1$.

$3n - 1 = 3m + 2$, $m = n-1$, sind nicht zerlegbar, also prim als Eisensteinzahl

Die Kombinationen aus 3^1 und 2^2 führen zur Schrittweite 12n. $12 = 2^2 \cdot 3^1$. Die ersten 4 Primzahlen nach 2 und 3 erzeugen 4 Gruppen oder Familien von Primzahlen.

Primzahlen der Form
5+12n sind wie 4n+1, in der Komplexen Zahlenebene zerlegbar
7+12n sind wie 3n+1, als Eisensteinzahlen zerlegbar
11+12n sind wie 3n-1 und 4n-1, sie sind prim als komplexe Zahl und als Eisensteinzahl
13+12n sind sowohl wie 3n+1 als auch wie 4n+1, als komplexe Zahl und Eisensteinzahl zerlegbar

Tauschen wir die Exponenten erhalten wir $18 = 2^1 \cdot 3^2$.
Der Abstand 18n gruppiert die Primzahlen in $2 \cdot 3 = 6$ Gruppen mit den 6 möglichen Quersummen, - 1, 2, 4, 5, 7, 8 - die Primzahlen bilden können. Die Quersummen 3, 6, und 9 zeigen die Teilbarkeit durch 3 an.
$9 = 3^2$ ist eine der Zahlen, die das Zahlensystem beschreibt. Sie ist $10_{10}-1$, so wie 1^2 das Quadrat einer ungeraden Zahl als 10_2-1 im Binärsystem ist. Die 11 als 10+1 ist in beiden Zahlensystemen eine Primzahl, die andere Zahl, die systembeschreibend ist. Die 10 selber ist in beiden Fällen eine gerade Zahl. Die fortgesetzte Addition von 10-1 (im Dezimalsystem 9) erniedrigt die Endziffer um 1 und erhöht die vorletzte Stelle um 1. Dadurch bleibt die Quersumme gleich. Da der Abstand zwischen Primzahlen immer gerade ist, muss der Abstand $2 \cdot 3^2 \cdot n$ sein, damit die Quersumme gleich bleibt.

Primzahlen der Form

5+18n	haben die Quersumme 5
7+18n	haben die Quersumme 7
11+18n	haben die Quersumme 2
13+18n	haben die Quersumme 4
17+18n	haben die Quersumme 8
19+18n	haben die Quersumme 10/1

Es bleibt noch die Kombinationsmöglichkeit $2^3 = 8$ als Abstand. Dieser Abstand teilt die Teilung der komplexen Zahlen erneut.

Primzahlen der Form
3+8n und -1+8n sind wie 4n+3 prim in der komplexen Zahlenebene,
1+8n und -3+8n sind wie 4n+1 zerlegbar oder verzweigt in der komplexen Zahlenebene.

Der Abstand $10 = 2 \cdot 5$ gruppiert die Primzahlen nach Endziffern. Die 5 ist als Endziffer mehrstelliger Zahlen ausgeschlossen. Es bleiben also 1, 3, 7, 9.
In dieser Reihenfolge erscheinen sie erstmals als 10+1=11, 10+3=13, 10+7=17, 10+9=19 und wieder bei $10^2 = 100$.
100+1=101, 100+3=103, 100+7=107, 100+9=109, sowie bei
$10^2 + 10 \cdot 3^2 = 190$: 190+1=191, 190+3=193, 190+7=197, 190+9=199.

Andere Abstände, die aus der Multiplikation einer Primzahl mit einer Zweierpotenz entstehen, lassen die jeweilige Primzahl ausscheiden wie die 5. Denn 7+14n ist immer durch 7 teilbar, genauso wie 11+22n, etc.. Ob die Abstände der Form $2^n \cdot p$ eine Bedeutung haben für die Primzahlen größer als p, ist meines Wissens nach nicht untersucht. Alle geraden Zahlen erscheinen als Abstände von Primzahlen.